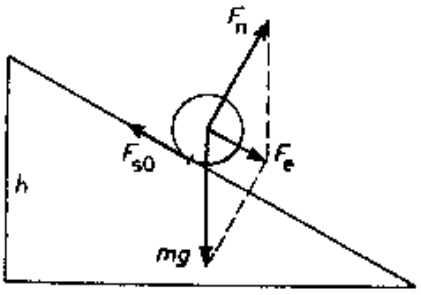
6.33. A h magasságú lejtőről elengedünk egy R sugarú gömböt. Mekkora sebességgel érkezik a gömb tömegközéppontja a lejtő aljához, ha csúszás nélkül gördül?

(A gömb tehetetlenségi nyomatéka a középponton átmenő tengelyre: $\frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2$.)

Megoldás:

6.33. $\Theta = \frac{2}{5} m R^2$; $v_{s0} = 0$; $\omega_0 = 0$; R; h.

A feltételekből arra következtethetünk, hogy a gömb tömegközéppontja (S) egyenes vonalú, egyenletesen változó mozgást, a gömb pedig S körül egyenletesen változó forgást végez, a $\sum F$ és $\sum M$ is nullától különböző állandó értékek. A gömb kinetikus energiája így két tagból



áll: $E_{kin} = \frac{1}{2} m v_s^2 + \frac{1}{2} \Theta \cdot \omega^2$. Ennek változását a testre ható erők munkája hozza létre. A lejtő tartóereje nem végez munkát, mert merőleges az elmozdulásra. A súrlódási erő összes munkája a tiszta gördülés miatt szintén nulla, ugyanis: $W_{súrl} = -F_{s0} \cdot s + F_{s0} \cdot R \cdot \alpha$, itt $\alpha = \frac{s}{R}$, ebben s a lejtőn megtett út, α a szögelfordulás, behelyettesítve $W_{súrl} = 0$ adódik. A nehézségi erő munkája $W_{neh} = m \cdot g \cdot h$.

Ezek figyelembevételével a munkatétel alapján: $\Delta E_{kin} = m \cdot g \cdot h = m \cdot v_s^2 + \frac{1}{2} \Theta \cdot \omega^2 - 0$, az $\omega = \frac{v}{R}$ és $\Theta = \frac{2}{5} m \cdot R^2$ helyettesítésével a tömegközéppont sebessége $\underline{\underline{v = \sqrt{\frac{10}{7} g \cdot h}}}$.